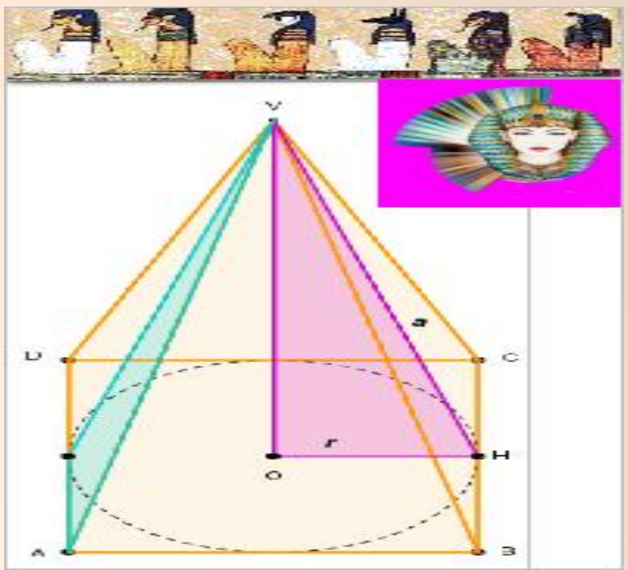
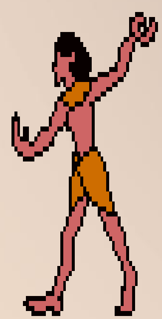
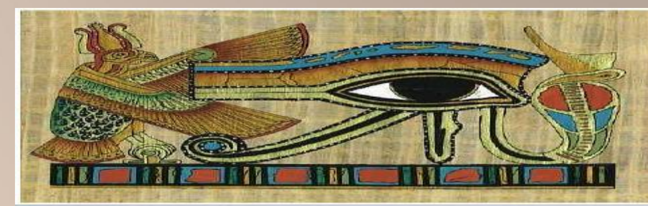
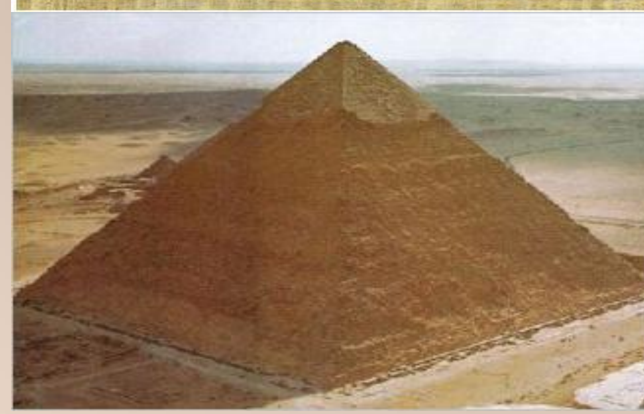
Geometria Solida - La Piramide

- La Piramide a base quadrata, tipica degli Egizi, rappresentava per essi l'equilibrio perfetto contro il caos. Oltre ad essere una gigantesca tomba per il Faraone con la quale egli si sarebbe unito agli dei, essa esprimeva l'autorità dell'eletto nel regno e la sua immortalità visibile nel tempo. Ulteriormente a ciò la Piramide è anche un'interessante e intrigante figura geometrica solida.





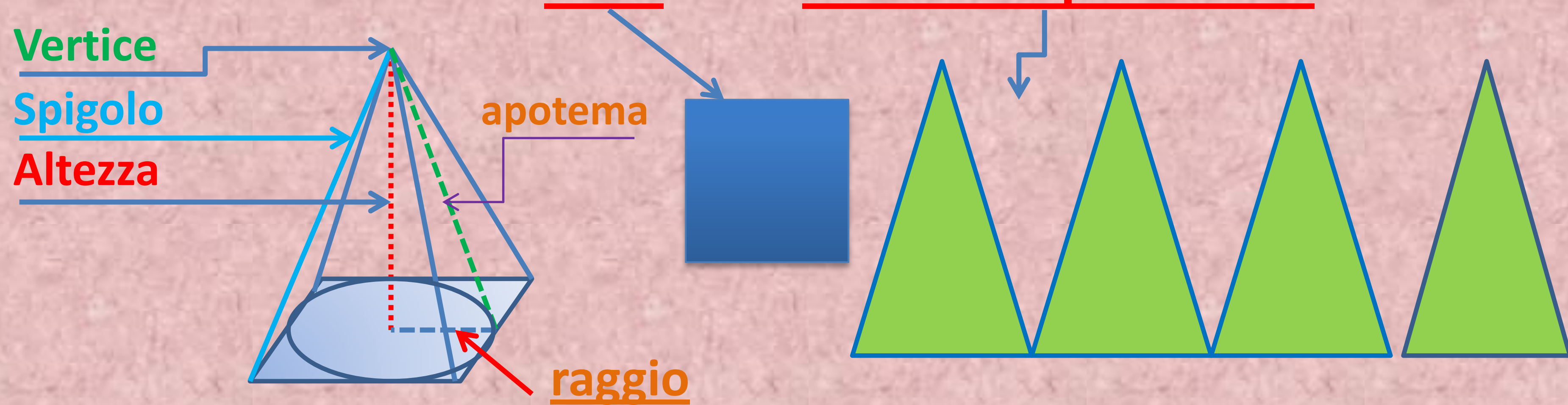




- Lo sapevate che per la Grande Piramide di Cheope Il rapporto tra, il perimetro di base e il doppio dell'altezza, è 3,14 , il famoso pi greco?

La Piramide

Elementi : **Base** **Facce = Sup. laterale**



- **Come possiamo osservare dalla scomposizione, lo studio della piramide a base quadrata, si riduce ad un quadrato e quattro triangoli, per le quali figure potremo avvalerci delle formule già note.** $A_q = l^2$ $A_t = b \times h /2$

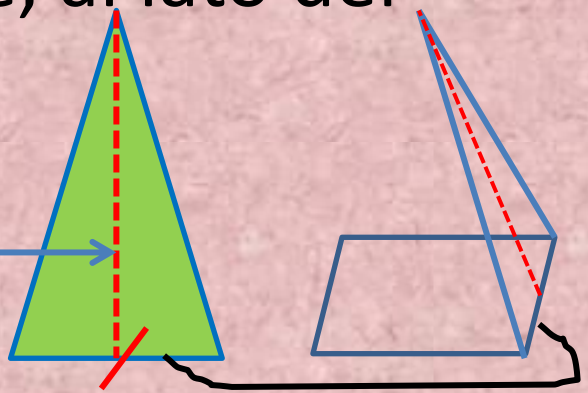
- **Osserviamo inoltre che l'altezza della piramide h, con l'apotema a e il raggio r, formano un triangolo rettangolo al quale potremo applicare il Teorema di Pitagora.**
- **Se nel quadrato di base iscriviamo un cerchio, il suo raggio corrisponderà alla metà del lato del quadrato.**

Alcuni ragionamenti

- Dalla figura osserviamo che l'apotema corrisponde all'altezza del triangolo, e la base, al lato del quadrato.

- $A_{triangolo} = \dfrac{b \times h}{2}$

Apotema



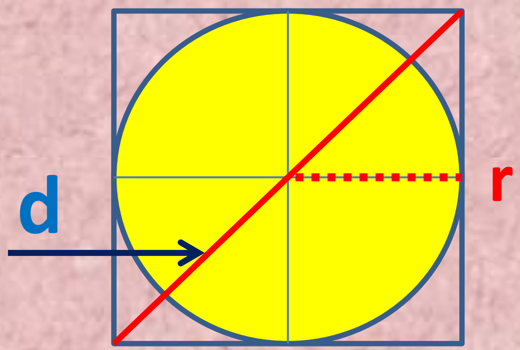
- Essendo il perimetro la somma delle basi dei quattro triangoli, moltiplicandolo per l'apotema e dividendo il prodotto per due otterremo la Superficie Laterale

- $S_l = \dfrac{2p \times a}{2}$ *inoltre* $S_t = S_b + S_l$ ***(la Sb è l'area del quadrato)***

La superficie totale è data ovviamente dalla somma della superficie di Base + la sup. laterale

Osserviamo

Inscriviamo un cerchio nel quadrato di base della Piramide.



Conoscendo la circonferenza potremo ricavare il raggio – perché $C = 2\pi \times r$ da cui **$r = C/2.\pi$**

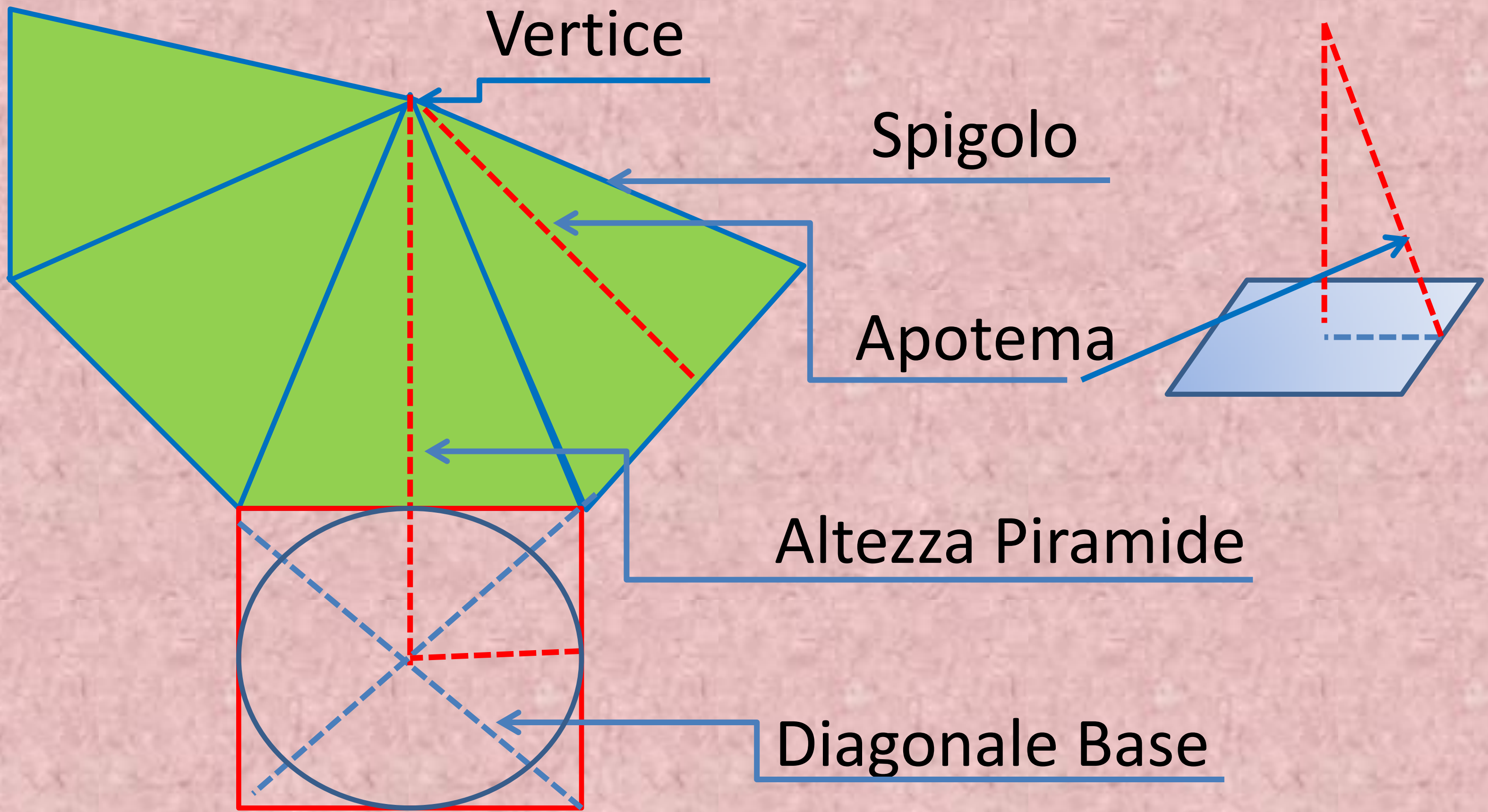
quindi possiamo osservare che il **raggio r** è la metà del lato del quadrato di conseguenza il suo doppio corrisponde al **lato** del quadrato.

Conoscendo il lato, per ottenere la superficie di base e il suo Perimetro, possiamo applicare le formule -

$$A_{base} = l \times l = l^2 \qquad 2p = l \times 4$$

Conoscendo la diagonale $l = \dfrac{d}{\sqrt{2}}$ ***derivata da*** $d = l \times \sqrt{2}$

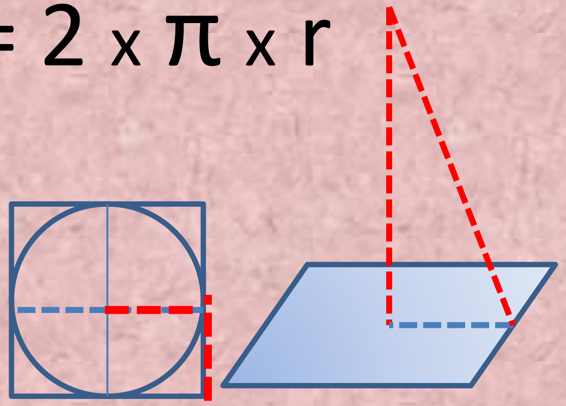
I Triangoli della Piramide



- La piramide possiede un' altezza propria che unisce il centro della base con il vertice della stessa, mentre l'**apotema** altro non è che l'altezza del triangolo.

Se nella base viene inscritto un cerchio

- In questo caso, se conosciamo la circonferenza possiamo ricavare il raggio che corrisponde alla metà del lato - e da ciò deriva - $C = 2 \times \pi \times r$
  da cui **$r = C / 2 \times \pi$**

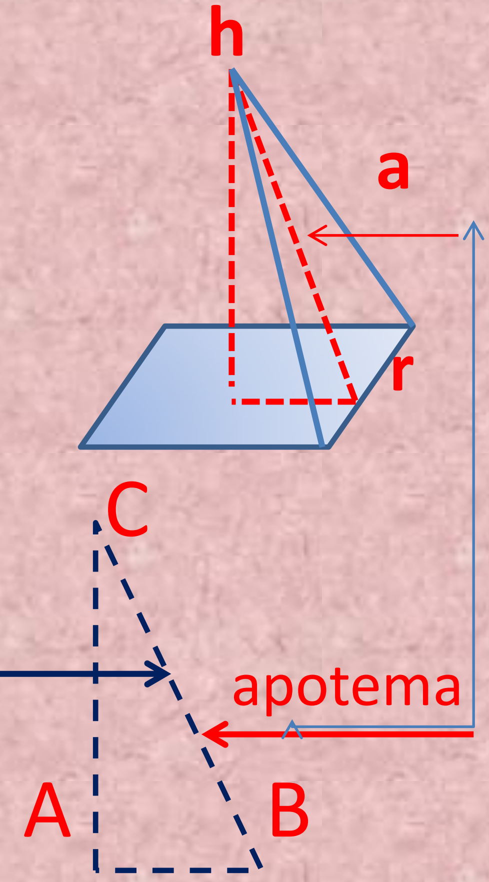


- Moltiplicando r x 2 avremo **$l = r \times 2$**
  da cui **$2p = l \times 4$** (perimetro di base)
- *e ancora …. moltiplicando* $l \times l$ otterremo l’Area di base cioè $A_b = l \times l = l^2$

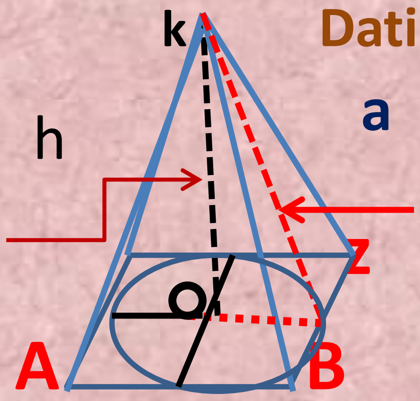
Applicando il Teorema di Pitagora

- Conoscendo l'altezza con il **raggio** o l'apotema, applicando il **Teorema di Pitagora** saremo in grado di calcolare ciò che non conosciamo.
- **a** = apotema **h = altezza** **r = raggio**
- $\mathbf{a = \sqrt{h^2 + r^2}}$ **sostituendo**
- **ipotenusa** $\mathbf{CB = \sqrt{CA^2 + AB^2}}$
- oppure $\mathbf{CA = \sqrt{CB^2 - AB^2}}$

ovviamente **a** = CB = Ipotenusa



Vediamo un Esercizio

- **Una Piramide di base quadrata con il lato di 18 cm e l'altezza di 40 cm, ha inscritto una circonferenza di 56, 52 cm,. Calcolare la Superficie totale.**
- **Disegniamo la nostra Piramide, poi trascriviamo i dati e le formule.**
- 

Dati - AB = 18 cm   h= 40 cm   C= 56,52cm   ? = S.tot. - Vol

St = Sb + Sl (calcoliamo ora la Sb e la Sl)

Sb = l x l = 18 x 18 = 324 cm ^{2}

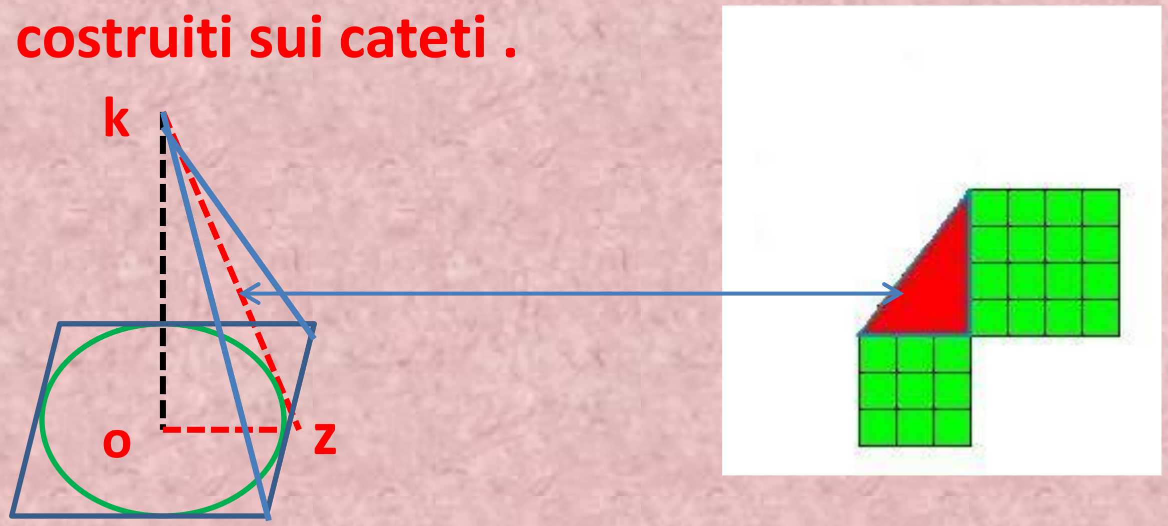
Sl = $\frac{2pb \times a}{2}$ Il 2pb = l x 4 = 18 x 4 = 72 cm

Per calcolare la Sl occorre conoscere la misura dell'apotema a

Possiamo osservare che l'apotema a, assieme al raggio r, e all'altezza h, formano il triangolo rettangolo k o z.

Prosegue Esercizio

Detto ciò, al triangolo KOZ per calcolare oz = r , potremo applicare il teorema di Pitagora. Cioè per conoscere l'ipotenusa sommo i quadrati costruiti sui cateti .



(r= oz)

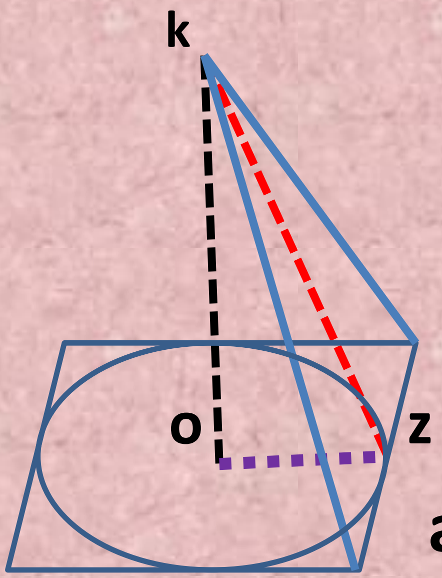
C = 2. π . r da cui **r = c / 2. π sostituendo**

56,52 = 2 x 3,14 x r - girando la formula avremo…

$$r = \frac{56,52}{2 \times 3,14} = \frac{56,52}{6,28} = 9 \text{ cm}$$

proseguendo ….

L’ Apotema



L’apotema kz coincide con l’ipotenusa al triangolo koz.
Sappiamo che oz è uguale al raggio del cerchio inscritto nel quadrato

K z = apotema = Ipotenusa del triangolo k o z

Quindi l’apotema **k z** = $\sqrt{ko^2 + oz^2}$ = **sostituendo**

apotema$= \sqrt{40^2 + 9^2} = \sqrt{1600 + 81} = \sqrt{1681} = 41$ cm

$S_l = \frac{2pb \times a}{2} = \frac{72 \times 41}{2} = 1476\ cm^2$ **(la Sb è già calcolata = 324 cm^2)**

$St. = S_b + S_l = 324 + 1476 = 1800\ cm^2$ **Infine il volume**

$V = \frac{S_b \times h}{3} = \frac{324 \times 40}{3} = \frac{12960}{3} = 4320\ cm^3$