Riepilogo Multimediale
secondo le tecniche
della Didattica Breve

Equazioni di primo grado

realizzato con materiale reperibile on line

www.domenicoperrone.net

Distillazione su: LE EQUAZIONI

OBIETTIVI
- _ COMPRENDERE IL CONCETTO DI UGUAGLIANZA.
- _ COMPRENDERE IL CONCETTO DI EQUIVALENZA.
- _ RICONOSCERE UN'EQUAZIONE DI 1° GRADO
- _ SAPER RISOLVERE E CLASSIFICARE.
- _ SAPER APPLICARE ED UTILIZZARE CORRETTAMENTE
- _ LE NOZIONI LOGICO MATEMATICHE ACQUISITE.

CONTENUTI
- _ IDENTITA' ED EQUAZIONE.
- _ EQUAZIONE EQUIVALENTE.
- _ EQUAZIONE DI PRIMO GRADO.
- _ EQUAZIONI INTERE.

PREREQUISITI _ ESPRESSIONE ALGEBRICHE LETTERALI, MONOMI, POLINOMI

Si chiama **equazione algebrica** un'uguaglianza fra due espressioni algebriche, in una o più variabili, che risulti verificata solo per particolari valori attribuiti alle variabili che in essa figurano.
Un'equazione algebrica, in una sola variabile, si dirà di **primo grado** se la variabile che in essa figura è di primo grado.
La **variabile** x si chiama **incognita** dell'equazione. I particolari valori che attribuiti all'incognita soddisfano l'equazione, si chiamano **soluzioni** o **radici** dell'equazione stessa.
Se l'equazione (di 1° grado) possiede una sola soluzione si dirà determinata; se, invece, possiede infinite soluzioni si dirà indeterminata; infine, si dirà impossibile se non ammette soluzioni.

Numerose questioni relative all'algebra, alla geometria, alla fisica, alla chimica, … si traducono in equazioni.

"Pensa un numero, aggiungi 7 e moltiplica il risultato per 3. Che numero hai ottenuto?" *"Ho ottenuto 30"* *"Allora il numero che hai pensato è 3".*

Questo semplice giochino che ci è stato proposto tante volte si risolve mediante un'**equazione**: $\mathbf{3(x + 7) = 30}$

Equazioni

$ax = b$ con $a,b,x \in \Re$

Equazioni determinate
(una soluzione)

$ax = b$

Equazioni indeterminate
(infinite soluzioni)

$0x = 0$

Equazioni impossibili
(nessuna soluzione)

$0x = b$

Data una generica equazione:

$$ax = b \quad \text{con } a, b, x \in \Re$$

Chiameremo 1° membro l'espressione posta a sinistra dell'uguale e 2° membro l'espressione a destra.

$$x - 1 + 2x \qquad = \qquad 3x - 1$$

1° membro

2° membro

Classificazione

Equazioni

Razionali
Le incognite non compaiono sotto un segno di radice

Irrazionali
Le incognite compaiono sotto un segno di radice

Numeriche
Oltre alle incognite non compaiono altre lettere

letterali
Oltre alle incognite compaiono altre lettere

Intere
le incognite non compaiono in un denominatore

Fratte
Le incognite compaiono anche nei denominatori

Grado di un'equazione intera nella forma P(x) =0:
È il grado del polinomio

Data un'equazione ax = b determinare una soluzione significa determinare quel particolare valore dell'incognita che rende il primo membro uguale al secondo

5x = 15				
	x		1° membro	2° membro
	-3		-15	15
	-2		-10	15
	-1		-5	15
	0		0	15
	1		5	15
	2		10	15
	3		**15**	**15**
	x = 3 è la soluzione cercata			

EQUAZIONI EQUIVALENTI

Diremo che due equazioni, di primo grado, sono equivalenti se ammettono la stessa soluzione

Per risolvere un’equazione è necessario applicare un **procedimento risolutivo**, occorre cioè conoscere i **metodi** che consentono di trasformare un’assegnata equazione in una nuova equazione ad essa equivalente ma di forma più semplice.
A tale scopo è necessario applicare due importanti teoremi detti **principi di equivalenza**.

I PRINCIPI DI EQUIVALENZA

I principi di equivalenza sono basati su alcune proprietà riguardanti le uguaglianze numeriche:

Siano A e B due numeri tali che:

$$A = B \qquad (\text{esempio } 20 = 20)$$

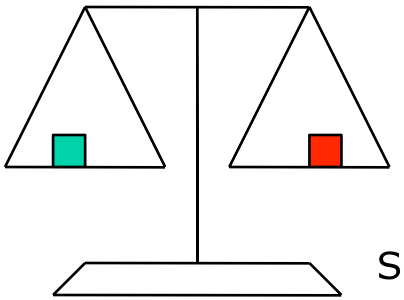
1) Se si aggiunge ad ambo i membri di questa uguaglianza uno stesso numero ***k*** allora si ottiene ancora un’uguaglianza:

$$A + \boldsymbol{k} = B + \boldsymbol{k} \qquad (\text{esempio } 20 + 7 = 20 + 7 \;\Rightarrow\; 27 = 27)$$

2) Se si moltiplicano ambo i membri di un’uguaglianza per uno stesso numero **p**, diverso da zero, allora si ottiene ancora un’uguaglianza.

$$A \cdot \mathbf{p} = B \cdot \mathbf{p} \quad (\text{esempio } 20 \cdot 3 = 20 \cdot 3 \;\Rightarrow\; 60 = 60)$$

Le equazioni possono essere paragonate ad una bilancia. Il contenuto del piatto di sinistra corrisponde al primo membro, quello di destra al secondo membro:

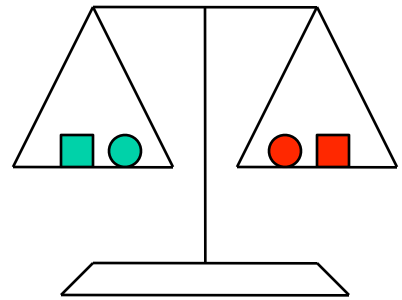


$$A = B$$

1° principio

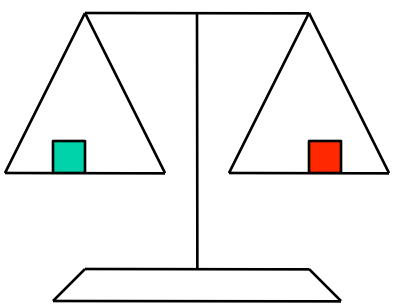
$$\Longrightarrow$$

Se si aggiunge un pesetto su un piatto per mantenere l'equilibrio bisogna aggiungere un pesetto uguale anche sul 2° piatto



$$A + \boldsymbol{k} = B + \boldsymbol{k}$$

Quindi il "primo principio della bilancia" può essere sintetizzato dicendo: se in una bilancia, in equilibrio, si aggiungono pesetti uguali su due piatti si ha ancora l'equilibrio.

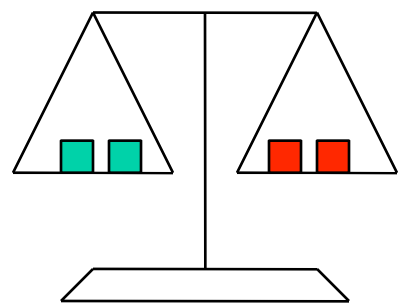


$$A = B$$

2° principio

$$\Longrightarrow$$

Se si raddoppia il contenuto di un piatto per mantenere l'equilibrio bisogna raddoppiare il contenuto del 2° piatto



$$A \cdot \mathbf{p} = B \cdot \mathbf{p}$$

Quindi il "secondo principio della bilancia" può essere sintetizzato dicendo: se, in una bilancia, in equilibrio, si raddoppia il contenuto dei due piatti si ha ancora l'equilibrio.

Lo stesso succede se si triplica, dimezza ecc….

Come si costruiscono equazioni equivalenti?

PRIMO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

Se si aggiunge o si sottrae una stessa espressione letterale, contenente o no l'incognita, per entrambi i membri, si ottiene un'equazione equivalente.

SECONDO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

Se si moltiplica o si divide entrambi i membri di un'equazione per uno stesso numero, diverso da 0, una stessa espressione letterale (escludere i valori delle lettere che la annullano o che la rendono priva di significato), si ottiene un'equazione equivalente alla precedente.

Esempio:

$8x - 6 = 7x + 4$

Applicando il 1° principio, aggiungiamo ambo i membri l'espressione: $6 - 7x$:

$8x - 6 + 6 - 7x = 7x + 4 + 6 - 7x$

$x = 10$

Esempio:

$8x = -16$

Applicando il 2° principio, dividendo ambo i membri per $8 \neq 0$:

$8x : 8 = - 16 : 8$

$x = - 2$

Equazioni di primo grado numeriche intere ad un'incognita

Forma normale: è la forma più semplice in cui può presentarsi un'equazione di primo grado ad un'incognita

$Ax=B$

Risoluzione :