

Equazioni di primo grado a una incognita

First-Degree Equations

Résolution des équations du premier degré

Due espressioni numeriche che hanno lo stesso valore e sono separate dal segno di uguale, formano una **uguaglianza numerica**.

$$2 \cdot 3 - 1 = 2 \cdot 2 + 1$$

Si possono scrivere nella stessa maniera uguaglianza letterali.

Identità

Una **identità** è una uguaglianza tra due espressioni algebriche, in una o più variabili, che risulti verificata qualsiasi siano i valori numerici attribuiti alle variabili che in essa figurano.

Le uguaglianze che traducono in termini matematici delle frasi vere sono soddisfatte PER QUALSIASI VALORE e si chiamano IDENTITÀ.

Esempio: $x+x=2x$ vera per qualsiasi valore di x ($\forall x \in R$)

Equazioni

Una **equazione** è una uguaglianza tra due espressioni algebriche, in una o più variabili, che risulti verificata solamente per particolari valori attribuiti alle variabili che in essa figurano.

I termini numeri presenti in una equazione prendono il nome di **termini noti**.

Si chiamano **radici** o **soluzioni** dell'equazione i particolari valori attribuiti alle variabili che in essa figurano.

Due equazioni sono **equivalenti** quando hanno la stessa radice.

Esempio: $x+3=7$ vera solo per $x=4$

The diagram shows the equation $7x^2 - 3 = 5x + 2$. Above the equation, a horizontal line is labeled 'incognite' on the left and 'Termini noti' on the right. Arrows point from these labels to the terms in the equation: $7x^2$ and $5x$ are under 'incognite', while -3 and $+2$ are under 'Termini noti'. Below the equation, two labels '1^o membro' and '2^o membro' are connected to the left and right sides of the equation respectively by lines.

Una equazione è detta **numerica** se in essa non figurano altre lettere oltre l'incognita.

Una equazione è detta **letterale** se oltre l'incognita figurano altre lettere.

Una equazione è detta **intera** se l'incognita non figura al denominatore.

Una equazione è detta **fratta** se l'incognita figura anche, o solo, al denominatore.

Il **grado** di una equazione è dato dal grado massimo dell'incognita presente nell'equazione.

Il grado di una equazione è pari al numero delle possibili soluzioni dell'equazione stessa.

La scrittura **$ax=b$** è detta **forma normale** di un'equazione di primo grado ad una incognita.

Principi di equivalenza

Primo principio di equivalenza

Aggiungendo ad entrambi i membri di una equazione lo stesso valore numerico o la stessa espressione algebrica si ottiene una equazione equivalente a quella data.

$$4x = 3 + x$$

$$4x - x = 3 + x - x$$

$$3x = 3$$

Da tale principio derivano le seguenti regole.

Se uno stesso termine figura in entrambi i membri di un'equazione può essere soppresso.

$$4x + 5 = 3 + x + 5$$

Se due termini opposti si trovano nello stesso membro possono essere soppressi.

$$+5 + 4x - 5 = 3 + x$$

Si può trasportare un termine di un'equazione da un membro all'altro purché gli si cambi il segno (legge del trasporto).

$$4x = 3 + x$$

$$4x - x = 3$$

La legge del trasporto si utilizza per trasportare tutte le incognite al primo membro e tutti i termini noti al secondo membro.

Secondo principio di equivalenza

Moltiplicando o dividendo entrambi i membri di una equazione algebrica per uno stesso numero diverso da zero, o per una stessa espressione che non si possa annullare, si ottiene una equazione equivalente alla data.

$$3x = 6 \qquad \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$$

$$3x \cdot \frac{1}{3} = 6 \cdot \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{2}x \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 2$$

$$x = 2 \qquad x = 1$$

Da tale principio derivano le seguenti regole.

Se i due membri di un'equazione hanno un fattore numerico comune questo può essere soppresso.

$$2 \cdot (x + 2) = 2 \cdot (3 - x) \qquad x + 2 = 3 - x$$

Cambiando i segni a tutti i termini di una equazione se ne ottiene un'altra equivalente (risulta equivalente a moltiplicare tutti i termini per -1).

$$-x = +2$$

$$+x = -2$$

$$-x = +2$$

$$-x \cdot (-1) = +2 \cdot (-1)$$

$$+x = -2$$

Moltiplicando (o dividendo) i due membri di una equazione per una espressione, o numero, conveniente si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

Tale principio si utilizza sia per eliminare denominatori comuni ad entrambi i membri, o per eliminare il coefficiente (parte numerica) della x al momento di calcolarne il valore finale.

$$2x = +4 \quad \text{dividendo entrambi i membri per 2} \quad \frac{2}{2}x = +\frac{4}{2} \quad \text{da cui semplificando} \quad x = +2$$

Risoluzione di una equazione di primo grado a una incognita

Risolvere un'equazione vuol dire trovarne le radici o soluzioni.

Può darsi che una equazione non ammetta soluzioni, cioè non esista alcun valore delle incognite che la verifichi; si dice allora che la equazione è **impossibile**.

Data l'equazione nella forma normale $ax=b$, si dice impossibile se $a=0$ e $b\neq 0$.

$$3x - 2 = 3x - 1$$

$$3x - 3x = -1 + 2$$

$$0x = 1$$

Nessun numero per zero può dare 1...

Può darsi che una equazione ammetta un numero illimitato di soluzioni; si dice allora che l'equazione è **indeterminata** (in effetti non è una equazione ma è una identità).

Data l'equazione nella forma normale $ax=b$, si dice indeterminata se $a=0$ e $b=0$.

$$3x + 2 = 3(x - 1) + 5$$

$$3x + 2 = 3x - 3 + 5$$

$$3x - 3x = -3 + 5 - 2$$

$$0x = 0$$

Qualsiasi numero per zero restituisce 0...

Una equazione che ammette un numero finito di soluzioni si dice **determinata**.

Data l'equazione nella forma normale $ax=b$, si dice determinata se $a\neq 0$.

Si **verifica** se il valore trovato è la radice dell'equazione sostituendo tale valore all'incognita dell'equazione e verificando che i due membri diano lo stesso valore (l'uguaglianza risulta vera).

$$3x + 1 = 2x + 2$$

$$3x - 2x = 2 - 1$$

$$x = 1$$

Solo e solamente 1 rende vera l'uguaglianza...

$$3x + 1 = 2x + 2$$

$$3 \cdot 1 + 1 = 2 \cdot 1 + 2$$

$$3 + 1 = 2 + 2$$

$$4 = 4$$

Verificata.

Sitografia



<http://www.toomates.net/>

Matemàtiques per a la diversitat – di Gerard Tomo