

SCOMPOSIZIONE DI UN POLINOMIO IN FATTORI

BINOMIO

RACCOGLIMENTO	$ax + bx = x (a + b)$
DIFFERENZA DI QUADRATI	$a^2 - b^2 = (a + b) (a - b)$
DIFFERENZA DI CUBI	$a^3 - b^3 = (a - b) (a^2 + ab + b^2)$
SOMMA DI CUBI	$a^3 + b^3 = (a + b) (a^2 - ab + b^2)$
DIFFERENZA DI POT.(ESP. PARI)	$a^{2n} - b^{2n} = (a^n + b^n) (a^n - b^n) = \text{ecc..}$
DIFFERENZA DI POT.(ESP. DISPARI)	$a^n - b^n = (a - b) (a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 \dots + b^{n-1})$
SOMMA DI POTENZE (N DISPARI)	$a^n + b^n = (a + b) (a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 \dots + b^{n-1})$
SOMMA DI POTENZE (N PARI)	$a^n + b^n$ NON È SCOMPONIBILE
RUFFINI	se $P(a) = 0 \Rightarrow P(x) = (x-a) (\dots)$

TRINOMIO

RACCOGLIMENTO TOTALE	$a^3 + a^2b - a = a (a^2 + ab - 1)$	
QUADRATO DI UN BINOMIO	$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$	
TRINOMIO PARTICOLARE	$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a) (x + b)$	
TRINOMIO PARTICOLARE (A≠0)	$ax^2 + bx + c =$ $ax^2 + b_1x + b_2x + c =$	
	<table border="1"><tr><td>$b_1 + b_2 = b$ $b_1 \cdot b_2 = a \cdot c$</td></tr></table>	$b_1 + b_2 = b$ $b_1 \cdot b_2 = a \cdot c$
$b_1 + b_2 = b$ $b_1 \cdot b_2 = a \cdot c$		
	E POI RACCOGLIMENTO PARZIALE	
Ruffini	se $P(a) = 0 \Rightarrow P(x) = (x-a) (\dots)$	

QUADRINOMIO

RACCOGLIMENTO TOTALE	...
RACCOGLIMENTO PARZIALE	$ax+ay+bx+by = a(x+y)+b(x+y) = (x+y)(a+b)$
CUBO DI UN BINOMIO	$a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3$
DIFFERENZA DI QUADRATI (3+1)	$(a^2 \pm 2ab + b^2) - c^2 = (a \pm b + c) (a \pm b - c)$
RUFFINI	se $P(a) = 0 \Rightarrow P(x) = (x-a) (\dots)$

6 MONOMI

RACCOGLIMENTO	TOTALE OPPURE 2 - 2 - 2 OPPURE 3 - 3
QUADRATO DI UN TRINOMIO	$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = (a + b + c)^2$
RACCOGLIMENTO PARZIALE	2 / 2 / 2 oppure 3 / 3

RUFFINI

SCOMPONI IN FATTORI IL POLINOMIO $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 6$

- I DIVISORI DI 6 (TERMINE NOTO) SONO $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$, (**N**)
- I DIVISORI DI 2 (COEFFICIENTE DEL TERMINE DI GRADO MASSIMO) SONO $\pm 1, \pm 2$, (**D**)
- LE POSSIBILI FRAZIONI ($\frac{N}{D}$) SONO $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}$,
- APPLICHIAMO IL TEOREMA DEL RESTO

$$P(+1) = 2(+1)^3 - 5(+1)^2 - (+1) + 6 = 2 - 5 - 1 + 6 = 2 \neq 0 \Rightarrow x - 1 \text{ NON È DIVISORE}$$

$$P(-1) = 2(-1)^3 - 5(-1)^2 - (-1) + 6 = -2 - 5 + 1 + 6 = 0 \Rightarrow x + 1 \text{ È DIVISORE}$$

IL POLINOMIO $P(x)$ È DIVISIBILE PER $(x + 1)$

- ESEGUIAMO LA DIVISIONE UTILIZZANDO LA REGOLA DI RUFFINI.

NELLA PRIMA RIGA SCRIVI TUTTI I COEFFICIENTI DEL POLINOMIO $P(x)$, AVENDO CURA DI INDICARE CON UNO ZERO IL COEFFICIENTE DEGLI EVENTUALI TERMINI MANCANTI

	2	-5	-1	6
-1	↓	-2	7	-6
<hr/>				
	2	-7	6	0

OTTENENDO LA SCOMPOSIZIONE

$$P(x) = (x + 1) \cdot (2x^2 - 7x + 6)$$

SCOMPOSIZIONE IN FATTORI DI UN POLINOMIO

<p style="text-align: center;">$P_n(x)$ POLINOMIO DI GRADO n</p> <p style="text-align: center;"></p> <p style="text-align: center;">RACCOGLIMENTO A FATTOR COMUNE</p> <p style="text-align: center;">$ax + ay = a(x + y)$</p>	2 MONOMI	esp. PARI $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$	DIFFERENZA DI QUADRATI																					
		$a^{2n} - b^{2n} = (a^n + b^n)(a^n - b^n) = \dots$	DIFFERENZA DI QUADRATI																					
	n DISPARI	$a^n + b^n$ IRRIDUCIBILE	SOMMA DI QUADRATI																					
		$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$	SOMMA O DIFFERENZA DI CUBI																					
<p style="text-align: center;">RUFFINI</p> <p style="text-align: center;">$P_n(x) = (x - x_0) \cdot P_{n-1}(x)$ se $P_n(x_0) = 0$</p> <p>$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$</p> <p>Se esiste un monomio $x_0 = \frac{\text{divisore di } a_0}{\text{divisore di } a_n}$</p> <p>tale che $P(x_0) = 0$</p> <p>$P(x) = (x - x_0)(b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} + \dots + b_1 x + b_0)$</p>	3 MONOMI	$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$	QUADRATO DI BINOMIO																					
		$x^2 + sx + p = (x + a)(x + b)$ se $s = a + b$ $p = a \cdot b$ $ax^2 + bx + c =$ se $b = b_1 + b_2$ $a \cdot c = b_1 \cdot b_2$ $ax^2 + b_1 x + b_2 x + c = \dots$ poi raccoglimento parziale	TRINOMIO NOTEVOLE Coeff. di $x^2 = 1$ TRINOMIO NOTEVOLE Coeff. di $x^2 \neq 1$																					
	4 MONOMI	$a^3 \pm 3a^2 b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3$	CUBO DI BINOMIO																					
		$a^2 \pm 2ab + b^2 - c^2 = (a \pm b)^2 - c^2 = \dots$	DIFFERENZA DI QUADRATI																					
		$ax + ay + bx + by = a(x + y) + b(x + y) = (x + y)(a + b)$	RACCOGLIMENTO PARZIALE																					
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 15%;">a_n</td> <td style="width: 15%;">a_{n-1}</td> <td style="width: 10%;">...</td> <td style="width: 10%;">...</td> <td style="width: 15%;">a_1</td> <td style="width: 15%;">a_0</td> </tr> <tr> <td style="text-align: left;">x_0</td> <td>$x_0 \cdot a_n = c_{n-1}$</td> <td>...</td> <td>...</td> <td>$x_0 \cdot b_1 = c_1$</td> <td>$x_0 \cdot (b_0) = -a_0$</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>$a_n = b_{n-1}$</td> <td>$a_{n-1} + c_{n-1} = b_{n-2}$</td> <td>...</td> <td>$b_1$</td> <td>$a_1 + c_0 = b_0$</td> <td>0</td> </tr> </table>		a_n	a_{n-1}	a_1	a_0	x_0	$x_0 \cdot a_n = c_{n-1}$	$x_0 \cdot b_1 = c_1$	$x_0 \cdot (b_0) = -a_0$			$a_n = b_{n-1}$	$a_{n-1} + c_{n-1} = b_{n-2}$...	b_1	$a_1 + c_0 = b_0$	0	6 MONOMI	$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = (a + b + c)^2$	QUADRATO DI TRINOMIO
		a_n	a_{n-1}	a_1	a_0																	
	x_0	$x_0 \cdot a_n = c_{n-1}$	$x_0 \cdot b_1 = c_1$	$x_0 \cdot (b_0) = -a_0$																		
	$a_n = b_{n-1}$	$a_{n-1} + c_{n-1} = b_{n-2}$...	b_1	$a_1 + c_0 = b_0$	0																		
$a^2 \pm 2ab + b^2 - (x^2 \pm 2xy + y^2) = (a \pm b)^2 - (x \pm y)^2 = \dots$	DIFFERENZA DI QUADRATI																							
$ax + ay + bx + by + cx + cy = a(x + y) + b(x + y) + c(x + y) = (x + y)(a + b + c)$	RACCOGLIMENTO PARZIALE																							

SCOMPOSIZIONE DI UN POLINOMIO IN FATTORI

BINOMI

DIFFERENZA DI POTENZE	n PARI	$a^n - b^n = (a^{n/2} + b^{n/2})(a^{n/2} - b^{n/2})$
		$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ $9x^2 - 25y^4 = (3x + 5y^2)(3x - 5y^2)$ $16a^4 - 1 = (4a^2 + 1)(4a^2 - 1) = (4a^2 + 1)(2a + 1)(2a - 1)$ $x^6 - y^6 = (x^3 - y^3)(x^3 + y^3) = \dots\dots\dots$
	n DISPARI	$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$
		$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ $a^5 - b^5 = (a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$ $8x^3 - 1 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$

SOMMA DI POTENZE	n PARI	$a^n + b^n$	NON È SCOMPONIBILE
		$a^2 + b^2$	$16x^4 + 9y^2$ $a^6 + b^{12}$
	n DISPARI	$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$	
		$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ $a^5 + b^5 = (a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$ $27x^3 + 1 = (3x + 1)(9x^2 - 3x + 1)$	

TRINOMI

QUADRATO DI UN BINOMIO	$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$
	<p>Individua 2 quadrati concordi poi verifica che il terzo monomio sia il doppio prodotto ..</p> <p>$4a^2 + 4a + 1 = (a + 1)^2$</p> <p>$9x^2 - 24xy + 16y^2 = (3x - 4y)^2$</p> <p>$-25a^4 + 20a^2b - 4b^2 = -(5a^2 - 2b)^2$</p>

TRINOMIO DI 2° GRADO a=1	$x^2 + sx + p = (x + a)(x + b) \quad s = a + b \quad p = a \cdot b$
	<p>Trova 2 monomi che abbiano somma s e prodotto p</p> <p>$x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2) \quad s = (-3) + (-2) \quad p = (-3) \cdot (-2)$</p> <p>$a^2 - ab - 12b^2 = (a - 4b)(a + 3b) \quad s = (-4b) + (+3b) \quad p = (-4b)(+3b)$</p>

TRINOMIO DI 2° GRADO (a≠1)	$ax^2 + bx + c = \quad b = b_1 + b_2 \quad a \cdot c = b_1 \cdot b_2$ $ax^2 + b_1x + b_2x + c = \dots \quad \text{poi raccoglimento parziale}$
	<p>Trova 2 monomi che abbiano somma b e prodotto ac</p> <p>$2x^2 + 5x - 3 = \quad b = (+6) + (-1) \quad a \cdot c = -6 = (+6) \cdot (-1)$</p> <p>$= 2x^2 + 6x - 1x - 3 = 2x(x+3) - 1(x+3) = (x+3)(2x-1)$</p> <p style="text-align: center;"> $\xrightarrow{\text{raccoglimento parziale}}$ </p> <p>$3x^2 - 7xy + 4y^2 = \quad b = (-3y) + (-4y) \quad a \cdot c = +12 = (-3y) \cdot (-4y)$</p> <p>$= 3x^2 - 3xy - 4xy + 4y^2 = 3x(x-y) - 4y(x-y) = (x-y)(3x-4y)$</p> <p style="text-align: center;"> $\xrightarrow{\text{raccoglimento parziale}}$ </p>

QUADRINOMI

CUBO DI UN BINOMIO	$a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^2$ <p>Individua 2 cubi poi verifica che gli altri 2 monomi siano i tripli prodotti</p> $8a^3 + 12a^2 + 6a + 1 = (2a + 1)^3$ $x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3 = (x - 3y)^3$ $27a^6 - 54a^4b + 36a^2b^2 - 8b^3 = (3a^2 - 2b)^3$
RACCOGLIMENTO PARZIALE (2+2)	$ax + ay + bx + by = a(x + y) + b(x + y) = (x + y)(a + b)$ <p>Esegui un raccoglimento tra binomi poi verifica di poter raccogliere un binomio</p> $10ax - 4ay + 15bx - 6by = 2a(5x - 2y) + 3b(5x - 2y) = (5x - 2y)(2a + 3b)$ $a^2x^2 - bx^2 + a^2 - b = x^2(a^2 - b) + 1(a^2 - b) = (a^2 - b)(x^2 + 1)$ $15a^3 - 7b - 5a^2 + 21ab^2 = 5a^2(3a - 1) + 7b^2(3a - 1) = (3a - 1)(5a^2 + 7b^2)$
DIFFERENZA DI QUADRATI (3+1)	$(a^2 \pm 2ab + b^2) - c^2 = (a \pm b + c)(a \pm b - c)$ <p>Individua un quadrato di binomio e verifica che il quarto monomio sia un quadrato di segno opposto</p> $a^2 + 6a + 9 - x^2 = (a + 3)^2 - x^2 = (a + 3 + x)(a + 3 - x)$ $25y^2 - 4a^2 + 4ax - x^2 = (5y)^2 - (2a - x)^2 = (5y + 2a - x)(5y - 2a + x)$ $-25a^4 + 20a^2b - 4b^2 + 16b^2 = (4b)^2 - (5a^2 - 2b)^2 = (4b + 5a^2 - 2b)(4b - 5a^2 + 2b)$

POLINOMIO P(x)

RACCOGLIMENTO TOTALE

$$25ax^3 + 30a^2x^2 - 15a^3x + 5a^4 = 5a(5x^3 + 6ax^2 - 3a^2x + a^3)$$

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Se esiste un monomio x_0 tale che $P(x_0) = 0$ segue

$$P(x) = (x - x_0)(b_{n-1}x^{n-1} + b_{n-2}x^{n-2} + \dots + b_1x + b_0)$$

$$x_0 = \frac{\text{divisore di } a_0}{\text{divisore di } a_n}$$

	a_n	a_{n-1}	a_1	a_0
x_0		$x_0 \cdot a_n = c_{n-1}$	$x_0 \cdot b_1 = c_1$	$x_0 \cdot (b_0) = -a_0$
	$a_n = b_{n-1}$	$a_{n-1} + c_{n-1} = b_{n-2}$...	b_1	$a_1 + c_0 = b_0$	0

RUFFINI

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1x + 4$$

- i possibili numeri tali che $P(x) = 0$ sono $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm \frac{1}{2}$,
- li sostituiamo a x nel polinomio

$$P(+1) = 2(+1)^3 - 3(+1)^2 - (+1) + 4 = +2 \neq 0 \quad (x-1) \text{ non è divisore}$$

$$P(-1) = 2(-1)^3 - 3(-1)^2 - (-1) + 4 = 0 \quad \text{Il polinomio } P(x) \text{ è divisibile per } (x+1)$$

- Eseguiamo la divisione utilizzando la Regola di Ruffini.

	2	-3	-1		$+4$
-1		$-1 \cdot 2 = -2$	$-1 \cdot (-5) = +5$		$-1 \cdot (+4) = -4$
	2	-5	$+4$		0

$$P(x) = (x + 1)(2x^2 - 5x + 4)$$