# Approssimazione e arrotondamento

Eseguendo le misure dei semi di fava ci siamo resi conto che si potevano registrare misure precise fino al mezzo millimetro; potevamo decidere che una fava che in lunghezza occupava uno spazio di circa 37 quadrettini di lato 1 mm era lunga 3,65 cm o 3,75 cm o 3,70 cm a seconda che si trattasse di una distanza circa a metà tra 3,6 cm e 3,7 cm o circa a metà tra 3,7 cm e 3,8 cm, o più vicina a 3,7 cm che alle posizioni a metà strada dalla tacca precedente o successiva.
**Possiamo quindi dire che abbiamo arrotondato le misure al mezzo millimetro.**

Precisiamo queste idee introducendo il **concetto di approssimazione**.
La parola "approssimare" significa "avvicinarsi" e, in questo caso, significa rappresentare una grandezza che non si conosce esattamente con un numero limitato di cifre.

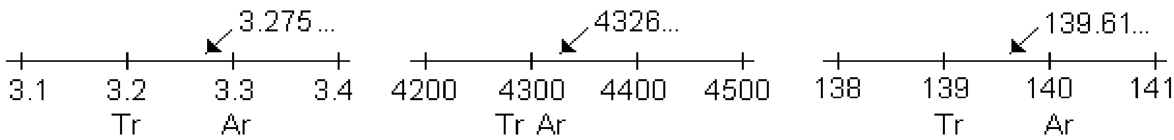
Per ***approssimare*** un numero *X* ***alla cifra di posto*** *n* si può procedere:

- per **troncamento**, cioè eliminare tutte le cifre dopo la cifra di posto n, sostituendole con 0
- *per* ***arrotondamento,*** cioè prendere il numero troncato alla cifra di posto *n* che è più vicino a *X*; questo secondo procedimento viene effettuato nel seguente modo:

| | | |
|---|---|---|
| – se la cifra immediatamente a destra è | | |
| | 1, 2, 3 o 4 | si sostituiscono con 0 tutte le cifre a destra del posto *n* |
| – se è | 5, 6, 7, 8 o 9 | si aumenta di uno la cifra di posto *n* e<br>si sostituiscono con 0 tutte le cifre alla sua destra |

Nel primo caso si procede effettuando un'**approssimazione per difetto,** nel secondo caso si dice di avere fatto un'**approssimazione per eccesso.**

Sotto sono raffigurate due situazioni (la $1^a$ – approssimazione ai decimi – e la $3^a$ – approssimazione agli interi) in cui troncamento e arrotondamento sono diversi e una (la $2^a$ – approssimazione alle centinaia) in cui coincidono.




***Nota.*** Se voglio arrotondare 135 alle decine trovo sia 130 che 140 come "numeri più vicini". Per convenzione si sceglie 140; ciò corrisponde alla regola pratica sopra descritta: la cifra a destra a quella delle decine è 5. Analogamente l'arrotondamento ai decimi di 2.65 è 2.7 in quanto la cifra a destra a quella dei decimi è 5, anche se 2.65 non è più vicino a 2.7 che a 2.6.

Esempi:

| numero X | Posto a cui approssimare | troncamento | Arrotondamento |
|---|---|---|---|
| 1,3333333…. | -2 (centesimi) | 1.33 | 1.33 |
| 5,786 | -1 (decimi) | 5.7 | 5.8 |
| 125766 | 1 (decine) | 125760 | 125770 |
| 11,172654 | - 4 (decimi di millesimi) | 11,1726 | 11,1727 |

**Ora prova tu:**

| numero X | Posto a cui approssimare | troncamento | Arrotondamento |
|---|---|---|---|
| 1,3356 | -3 (millesimi) | | |
| 1566781 | 2 (decine) | | |
| 5,64123 | -4 (decimi di millesimi) | | |
| 25,84 | 0 (unità) | | |

Nel caso delle misure dei semi abbiamo scritto misure come 1,65 o 1,70cm; in questo caso diciamo che abbiamo arrotondato al mezzo millimetro. Abbiamo scritto le misure con 3 cifre, anche se la terza cifra era sempre uno 0 o un 5. Diciamo, per semplicità, che nel nostro caso abbiamo **arrotondato a 3 cifre significative**.

Durante le attività di calcolo delle aree l'insegnante ha invitato gli alunni a mantenere nei valori ottenuti lo stesso numero di cifre significative delle dimensioni, ma qualcuno ha chiesto perché? E' solo una questione di comodità o altro?

Facciamo un esempio per capire perché.
ES: supponiamo che un rettangolo abbia i lati lunghi a = 1,54 m e b = 2,47 m (ossia 154 cm e 247 cm).
Calcolando la sua area $\mathcal{A}$ otteniamo $\mathcal{A}$ = 1,54*2,47 = 3,8038 m$^2$. Ma se teniamo conto che le misure delle lunghezze erano arrotondate al millimetro, dobbiamo tener conto che in realtà
1,535 m ≤ a ≤ 1,545 m e
2,465 m  b ≤  2,475 m e che quindi per l'area del rettangolo abbiamo:
1,535*2,465 m$^2$ ≤ $\mathcal{A}$ ≤ 1,545*2,475 m$^2$, ossia 3,783775 m$^2$< $\mathcal{A}$ < 3,823875 m$^2$.
Quindi dire che l'area è di 3,8038 m$^2$ è sbagliato, in quanto darebbe l'idea che tutte e 5 le cifre siano rappresentative, mentre possiamo dire che l'area è circa tra 3,78 e 3,82 m$^2$, ossia che è circa 3.80m$^2$: in definitiva prendiamo tante cifre del prodotto quante quelle dei numeri che ho moltiplicato. Nel caso i due numeri abbiano lunghezze diverse, prendiamo la lunghezza più corta.

**Un metodo simile si usa per le divisioni**.
Se so che l'area di una superficie rettangolare è di 5,36 m$^2$ e che un suo lato è lungo 2,834m, ho che la misura dell'altro lato è in metri è 5,36/2,834 =1,891319....
Tra i due numeri, 5,36 e 2,834, il più corto ha 3 cifre, quindi arrotondo a 3 cifre anche il risultato, e prendo 1,89 m come lunghezza approssimata dell'altro lato.

**Se si fanno diverse moltiplicazioni e divisioni** a partire dagli stessi numeri, conviene farli con tutte le cifre che offre la calcolatrice o il computer e poi arrotondare alla fine l'ultimo risultato.

**Nel caso delle SOMME e delle SOTTRAZIONI** tra due misure il procedimento è più semplice. Se so che una strada è lunga 1585 m, ossia 1.585 km e che da qui parte una strada lunga 13.2 km, posso dire che la strada complessiva, che dai calcoli risulta essere di 13.2+1.585 = 14.785 km, è lunga 14.8km, ossia arrotondo con la precisione del numero peggio approssimato: non ha senso scrivere 14.785 km in quanto ho addizionato 13.2 km che era un valore arrotondato, compreso tra 13.15 km e 13.25 km.

**Cosa analoga vale per le sottrazioni.**
Ad esempio se so che ho pesato con una bilancia un quantitativo di riso di 2,125 kg e tolgo un chicco di riso che pesa circa 0,00003 kg (circa 3cg), non ha senso dire che sulla bilancia sono rimasti (2,125 – 0,00003) kg = 2,1497 kg di riso, ma posso dire che il quantitativo di riso è rimasto in pratica invariato ed è 2,125 kg.

**In generale quindi anche il risultato di addizioni e sottrazioni tra dati sperimentali deve essere approssimato all'ultima cifra del dato meno preciso.**

**Esercizi:**

**Esegui le seguenti operazioni di addizione e sottrazione tra dati sperimentali (attento al numero di cifre significative e all'approssimazione):**

53,4cm – 12 cm=

73,4 kg + 8,42 kg =

12,53 m + 3,22 m =

42,2 m + 0,15 m=

387 s + 1,245s=

**Esegui le seguenti operazioni di moltiplicazione e divisione tra dati sperimentali (attento al numero di cifre significative e all'approssimazione):**

36,58 $m^2$ : 20,4 m =

13,45 cm · 6,3 cm =

24,3 dm · 2.1 dm =

259,4 g : 35 $cm^3$ =

# L'APPROSSIMAZIONE

**1.** Arrotonda per eccesso…

| al centinaio successivo | al migliaio successivo | alle decine di migliaia successive |
|---|---|---|
| 21 665 → .......................... | 32 678 → .......................... | 129 345 → ......................... |
| 34 678 → .......................... | 43 597 → .......................... | 236 765 → ......................... |
| 35 765 → .......................... | 34 789 → .......................... | 436 654 → ......................... |
| 52 875 → .......................... | 124 987 → ......................... | 568 982 → ......................... |
| 78 598 → .......................... | 234 798 → ......................... | 989 783 → ......................... |

**2.** Arrotonda per difetto…

| al centinaio precedente | al migliaio precedente | alle decine di migliaia precedenti |
|---|---|---|
| 21 235 → .......................... | 321 145 → ......................... | 112 345 → ......................... |
| 34 128 → .......................... | 431 238 → ......................... | 223 765 → ......................... |
| 84 034 → .......................... | 653 065 → ......................... | 450 875 → ......................... |
| 93 143 → .......................... | 450 354 → ......................... | 451 900 → ......................... |
| 86 340 → .......................... | 572 198 → ......................... | 343 712 → ......................... |

**3.** Arrotonda per eccesso…

| alle unità | ai decimi | ai centesimi | ai millesimi |
|---|---|---|---|
| 3,867 → 4 | 3,867 → 3,9 | 3,867 → 3,87 | 3,8678 → 3,868 |
| 2,886 → ............. | 2,886 → ............. | 2,886 → ............. | 2,8867 → ........... |
| 1,768 → ............. | 1,768 → ............. | 1,768 → ............. | 1,7688 → ........... |
| 3,679 → ............. | 3,679 → ............. | 3,679 → ............. | 3,6799 → ........... |
| 4,567 → ............. | 4,567 → ............. | 4,567 → ............. | 4,5676 → ........... |

**4.** Arrotonda per difetto…

| alle unità | ai decimi | ai centesimi | ai millesimi |
|---|---|---|---|
| 3,124 → 3 | 3,124 → 3,1 | 3,124 → 3,12 | 3,1844 → 3,184 |
| 2,234 → ............. | 2,234 → ............. | 2,634 → ............. | 2,2743 → ........... |
| 1,322 → ............. | 1,322 → ............. | 1,722 → ............. | 1,3723 → ........... |
| 3,411 → ............. | 3,411 → ............. | 3,451 → ............. | 3,4713 → ........... |
| 4,144 → ............. | 4,144 → ............. | 4,154 → ............. | 4,1641 → ........... |

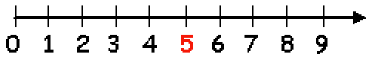
# APPROSSIMAZIONE PER ECCESSO
# O PER DIFETTO

decimi centesimi millesimi

## 5, 3 2 8 4

---

**1** Approssimare al DECIMO

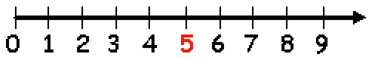



Se il numero che viene DOPO i decimi, è MINORE di 5 si lascia il decimo come è, se è MAGGIORE si aumenta di 1

## 5, 3

---

**2** Approssimare al CENTESIMO

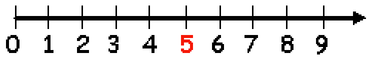



Se il numero che viene DOPO i centesimi, è MINORE di 5 si lascia il decimo come è, se è MAGGIORE si aumenta di 1

## 5, 3 3

---

**3** Approssimare al MILLESIMO




Se il numero che viene DOPO i millesimi, è MINORE di 5 si lascia il decimo come è, se è MAGGIORE si aumenta di 1

## 5, 3 2 8

---

| | |
|---|---|
| Se è più piccolo di 5 | di arrotonda per **DIFETTO** |
| Se è più grande di 5 | di arrotonda per **ECCESSO** |