

Le leggi di Keplero

Utilizzando il modello cosmologico di Aristotele e di Tolomeo, fino al 1600 si pensava che la Terra fosse al centro dell'Universo con il Sole, la Luna e i pianeti che le orbitavano intorno.

A ciò si univa la convinzione che le leggi della fisica terrestre fossero del tutto diverse dalle leggi che regolano il moto dei corpi celesti: questi ultimi erano considerati eterni e perfetti e i loro movimenti dovevano essere circolari. La circonferenza era infatti la linea perfetta perché simmetrica e priva di inizio e di fine.

Ben diverso è il comportamento dei corpi terrestri, che sono imperfetti e si deteriorano, i loro moti hanno un inizio e una fine, e tendono a essere più o meno rettilinei.

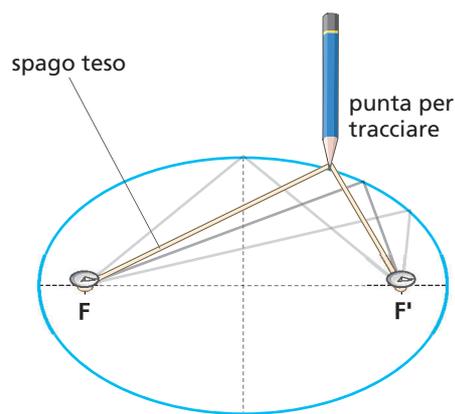
Anche il primo modello *eliocentrico* (cioè, con il Sole al centro del Sistema Solare), proposto da Copernico, faceva l'ipotesi che le orbite dei pianeti attorno al Sole fossero circolari. Questo modello è in grado di spiegare, nelle loro caratteristiche generali, i moti osservati dei corpi del Sistema Solare. Però lo stesso Copernico si accorse che rimanevano problemi di tipo *quantitativo*, nel senso che diverse quantità, calcolate secondo il suo modello, non erano in accordo con le osservazioni astronomiche (che avevano raggiunto un buon livello di precisione).

Questi problemi furono risolti da Giovanni Keplero, un astronomo tedesco che perfezionò il modello eliocentrico rinunciando all'idea che le orbite dei pianeti dovessero essere per forza circolari.

Secondo Keplero, infatti, le orbite descritte dai pianeti attorno al Sole non sono circonferenze ma *ellissi*.

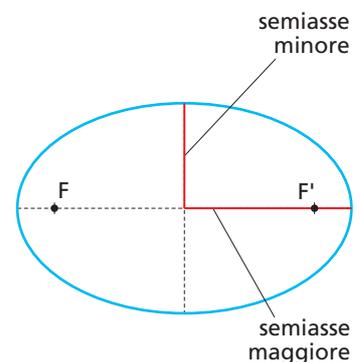
L'ellisse è una figura piana definita dalla seguente proprietà: la somma delle distanze dei punti dell'ellisse da due punti fissi (detti **fuochi** dell'ellisse) è costante. Ciò consente di disegnare un'ellisse su un foglio da disegno usando due puntine, uno spago e una matita: come si vede nella → figura sotto,

1. si fissano i capi dello spago sopra al foglio da disegno, nei due punti che si sono scelti come fuochi, con le puntine;
2. tenendo lo spago sempre ben teso con la punta della matita, si disegna l'ellisse.



L'ellisse è come un cerchio «schiacciato», il cui «raggio» non ha sempre lo stesso valore. Il valore massimo della distanza tra il centro dell'ellisse e uno dei suoi punti si chiama «semiasse maggiore», quello minimo si chiama «semiasse minore» (→ figura a lato).

Niccolò Copernico, cioè Nikolas Koppernigk (1473-1543) astronomo polacco. Approfondì studi di teologia, astronomia, matematica e medicina. È il fondatore del modello astronomico eliocentrico, anche se la sua opera principale, intitolata *De Revolutionibus Orbium Coelestium*, fu pubblicata dopo la sua morte.





Giovanni Keplero, cioè Johannes Kepler (1571-1630) astronomo tedesco. Oltre a scoprire le leggi che portano il suo

nome, studiò le leggi dell'ottica e diede per primo una spiegazione corretta del perché le lenti riescano a correggere i difetti di vista.

■ La prima legge di Keplero

La forma dell'orbita è l'argomento della *prima legge di Keplero*.

Prima legge di Keplero. Le orbite descritte dai pianeti attorno al Sole sono ellissi di cui il Sole occupa uno dei fuochi.

La posizione in cui un pianeta è più vicino al Sole si chiama **perielio**; quella di massimo allontanamento si chiama **afelio**.

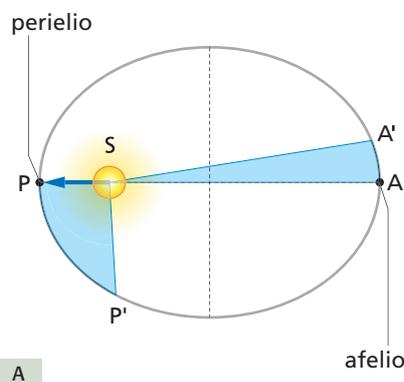
Se si disegnano le orbite dei pianeti si vede che esse sono quasi circolari; per questo motivo nello studio del moto dei corpi celesti spesso si approssimano le ellissi con delle circonferenze.

■ La seconda legge di Keplero

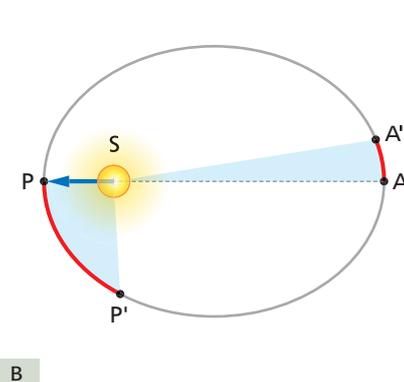
La *seconda legge di Keplero* stabilisce come varia la velocità di un pianeta mentre si sposta lungo la sua orbita.

Seconda legge di Keplero. Il raggio vettore che va dal Sole a un pianeta spazza aree uguali in intervalli di tempo uguali.

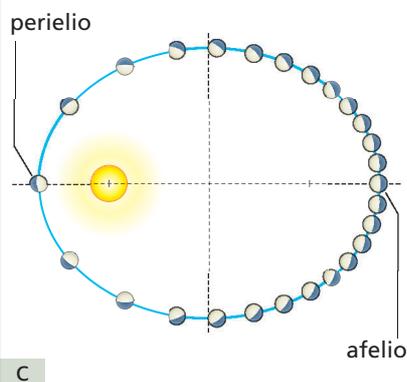
► Nella figura sotto (dove l'ellisse è deformata per chiarezza) i due triangoli SPP' e SAA' hanno la stessa area a , quindi, sono spazzati nello stesso tempo.



► Ciò significa che gli archi PP' e AA' sono percorsi nello stesso tempo. Quindi il pianeta è più veloce nel tratto PP' e più lento in AA' .



► Così, il pianeta è più veloce al perielio e più lento all'afelio. La figura mostra la variazione di velocità indicando le distanze percorse in tempi uguali.



Come conseguenza di questa legge, nel nostro emisfero la primavera e l'estate (quando il Sole è più lontano) sono più lunghe dell'autunno e dell'inverno. Se la Terra percorresse un'orbita circolare con una velocità di valore costante, le quattro stagioni avrebbero la stessa durata.

■ La terza legge di Keplero

La *terza legge di Keplero* mette in relazione le distanze dei pianeti dal Sole con le rispettive durate di un'orbita completa.

Terza legge di Keplero. Il rapporto tra il cubo del semiasse maggiore dell'orbita e il quadrato del periodo di rivoluzione è lo stesso per tutti i pianeti.

Se indichiamo con a il semiasse maggiore e con T il periodo, questa legge è espressa dalla formula

$$\frac{a^3}{T^2} = K \quad (1)$$

semiasse maggiore (m)
costante (m³/s²)

periodo (s)

Da questa si ottiene la relazione

$$T^2 = \frac{a^3}{K},$$

che mostra che il periodo di rivoluzione T aumenta al crescere di a : più un pianeta è lontano dal Sole, più tempo impiega a circumnavigarlo.

Il valore della costante K dipende dal corpo celeste attorno a cui avviene l'orbita. Per esempio, il moto orbitale dei satelliti di Giove fornisce una costante K uguale per tutti; essa, però, ha un valore diverso da quella che si ottiene per i pianeti che orbitano attorno al Sole.

DOMANDA

La distanza media Terra-Sole vale $1,50 \times 10^{11}$ m e una rivoluzione della Terra attorno al Sole dura 365,26 d.

- Calcola il valore della costante K , che compare nella terza legge di Keplero, per i pianeti che ruotano attorno al Sole.

Approssimazione di orbita circolare

Visto che le orbite dei pianeti sono quasi circolari, questa legge si applica con buona approssimazione anche se si sostituisce al semiasse maggiore a la distanza media pianeta-Sole r .

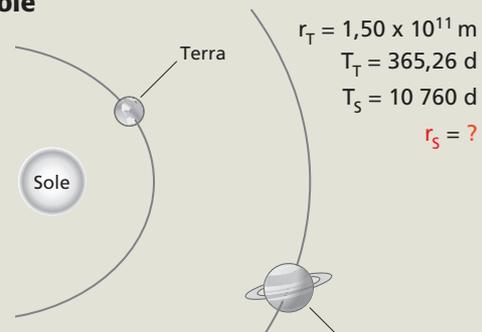
ESERCIZI

- 1** Completa la seguente frase:
«Secondo Aristotele le leggi che governano la fisica terrestre sono completamente da quelle che regolano il moto dei pianeti. I corpi celesti si muovono con traiettoria; la traiettoria dei moti terrestri tende ad essere»
- 2** Secondo la prima legge di Keplero le orbite dei pianeti attorno al Sole hanno forma:
 A circolare.
 B parabolica.
 C ellittica.
 D causale.
- 3** Per la seconda legge di Keplero la Terra si muove rapidamente quando si trova:
 A in perielio.
 B in afelio.
 C a metà tra perielio e afelio.
 D in nessuno dei precedenti casi.
- 4** La Terra ha una distanza media dal Sole di $1,50 \times 10^{11}$ m e il suo periodo di rivoluzione vale 365,25 d.
 ► Approssimando l'orbita della Terra con una circonferenza, calcola il valore della velocità media di rivoluzione della Terra intorno al Sole in m/s.
 [2,99 × 10⁴ m/s]

5 PROBLEMA Calcolo della distanza di un pianeta dal Sole

La distanza media Terra-Sole è $r_T = 1,50 \times 10^{11}$ m e il periodo orbitale della Terra è $T_T = 365,26$ d. Invece la lunghezza di un «anno» di Saturno è di $T_S = 10760$ d.

- Calcola la distanza media Saturno-Sole r_S .

**Dati e incognite**

	Grandezze	Simboli	Valori	Commenti
Dati	Distanza media Terra-Sole	r_T	$1,50 \times 10^{11}$ m	
	Periodo orbitale della Terra	T_T	365,26 d	
	Periodo orbitale di Saturno	T_S	10760 d	
Incognite	Distanza media Saturno-Sole	r_S	?	

Ragionamento

- La terza legge di Keplero può essere scritta come: $\frac{r_S^3}{T_S^2} = K = \frac{r_T^3}{T_T^2}$.
- Dal primo e ultimo termine della formula precedente possiamo ricavare: $r_S^3 = \frac{T_S^2}{T_T^2} r_T^3$.
- Ora si può estrarre la radice cubica di entrambi i membri e ottenere la formula che fornisce la distanza Saturno-Sole: $r_S = \sqrt[3]{\frac{T_S^2}{T_T^2}} r_T$.

Risoluzione

- Sostituiamo i dati numerici nella formula per r_S .

$$r_S = \sqrt[3]{\frac{T_S^2}{T_T^2}} r_T = \sqrt[3]{\frac{(10760 \text{ d})^2}{(365,26 \text{ d})^2}} \times (1,50 \times 10^{11} \text{ m}) = 1,43 \times 10^{12} \text{ m}.$$

Controllo del risultato

Come puoi verificare nella tabella in fondo al libro, il valore trovato per la distanza media Saturno-Sole è corretto.

- 6** Considera i dati dell'esercizio 4 relativi al periodo orbitale della Terra e alla sua distanza dal Sole. Il periodo orbitale di Marte è pari a 686,98 d.
 ► Calcola la distanza media di Marte dal Sole e confronta il risultato con quello contenuto nella tabella in fondo al libro.
 [2,99 × 10¹¹ m]

Studenti Giovanni Keplero (1571 - 1630)

Terza legge

- Nota come 'legge dei tempi' scaturì dagli studi realizzati da Keplero per individuare correlazioni matematiche tra i moti dei pianeti.
- Definisce che i quadrati dei periodi di rivoluzione dei pianeti sono proporzionali ai cubi delle loro distanze medie dal Sole (semiasse maggiori).
- T = periodo di rivoluzione, ovvero il tempo necessario affinché un pianeta compia un'orbita completa attorno al Sole.
- Tale legge è espressa dalla formula: $T^2 = K d^3$
- K = costante che dipende dal corpo celeste attorno a cui avviene l'orbita
- d = distanza media pianeta - Sole
- La conseguenza della terza legge è che maggiore è la distanza di un pianeta dal Sole tanto più tempo esso impiegherà a compiere una rivoluzione.

Seconda legge

- La seconda legge è nota anche come 'legge delle aree' e definisce come varia la velocità dei pianeti nei diversi punti della loro orbita.
- Quando un pianeta si trova in perielio, si muove con velocità massima mentre quando si trova in afelio la velocità è minima.
- La seconda legge smentì quindi l'uniformità dei moti planetari.

Prima legge

- Con la prima legge di Keplero, detta anche 'legge delle orbite', venne meno il principio della circolarità dei moti dei pianeti.
- Secondo tale legge i pianeti descrivono orbite ellittiche, di cui il Sole occupa uno dei fuochi.
- Per ciascun pianeta ci sarà un punto di massima vicinanza al Sole (perielio) e uno di massima distanza (afelio).

Vita

- Johannes Kepler nacque nel 1571 nella città di Weil in Germania.
- Perse il padre all'età di cinque anni e fu indirizzato agli studi ecclesiastici dapprima in un seminario locale e, in seguito (nel 1588), nella prestigiosa università di Tubinga.
- Qui conobbe il matematico Michael Maestlin (1550-1631) che fu uno dei primi sostenitori della teoria eliocentrica proposta da Nicolò Copernico (1473-1543).
- Anche Keplero sostenne da subito la teoria copernicana, concentrandosi sul tentativo di dimostrare l'esistenza di una sorta di forza emanata dal Sole in grado di influenzare il moto dei pianeti.
- Le sue idee scatenarono però le critiche più severe nell'ambito della facoltà, tanto che Maestlin gli consigliò di abbandonare la carriera ecclesiastica.
- Si trasferì dunque a Graz (Austria) dove gli venne affidata la cattedra di matematica presso la Scuola Evangelica che tenne sino al 1600, quando dovette lasciare l'Austria perché di fede luterana.
- La sua opera 'Mysterium Cosmographicum' fu apprezzata moltissimo dall'illustre astronomo danese Tycho Brahe (1546 -1601), da cui in seguito fu assunto come assistente a Praga.
- Nel 1609 pubblica l' 'Astronomia Nova' e nel 1619 'Harmonices Mundi'.
- Keplero rimase a Praga fino al 1612, anno della morte dell'imperatore Rodolfo.
- Il suo successore, gli confermò la carica di matematico imperiale e poi gli accordò il permesso di trasferirsi a Linz, dove ricoprì la carica di matematico arciducato sino al 1626.
- Lo scienziato morì miseramente nei pressi di Ratisbona nel 1630 e fu sepolto nel camposanto della chiesa di quella città, ma la tomba venne distrutta.

Gli studi di ottica

- Keplero fu il primo a strutturare razionalmente i fondamenti teorici di un'ottica nuova che fino a quel momento risultava ancora una disciplina abbastanza confusa e incompresa.
- Nel saggio 'Ad Vitellionem Paralipomena' elaborò la teoria riguardante le lenti, la riflessione, la rifrazione, la costruzione delle immagini e i concetti fondamentali sul meccanismo della visione.
- Si pervenne in questo modo alla formulazione definitiva dell'inversione dell'immagine sulla retina, aprendo così la strada alle più disparate interpretazioni circa il raddrizzamento dell'immagine da parte del cervello.

Le leggi di Keplero

- Keplero formulò le sue leggi relative al moto dei pianeti partendo dai dati raccolti da Tycho Brahe e relativi alle loro posizioni apparenti, in particolare di Marte.
- Determinò con precisione l'orbita con cui la Terra ruotava attorno al Sole, che risultava quasi circolare con il Sole posto in posizione eccentrica.
- Rilevò inoltre che la Terra si muoveva più velocemente quando si trovava più vicina al Sole.
- Dalle osservazioni di Marte, dimostrò che l'orbita aveva una forma ellittica.
- Lo scienziato pervenne dunque in modo empirico, basato cioè sull'osservazione sperimentale, alla formulazione delle sue tre leggi.

Giovanni Keplero (1571 - 1630)

1. Vita

1.1. Johannes Kepler nacque nel 1571 nella città di Weil in Germania.

1.2. Perse il padre all'età di cinque anni e fu indirizzato agli studi ecclesiastici dapprima in un seminario locale e, in seguito (nel 1588), nella prestigiosa università di Tubinga.

1.3. Qui conobbe il matematico Michael Maestlin (1550-1631) che fu uno dei primi sostenitori della teoria eliocentrica proposta da Nicolò Copernico (1473-1543).

1.4. Anche Keplero sostenne da subito la teoria copernicana, concentrandosi sul tentativo di dimostrare l'esistenza di una sorta di forza emanata dal Sole in grado di influenzare il moto dei pianeti.

1.5. Le sue idee scatenarono però le critiche più severe nell'ambito della facoltà, tanto che Maestlin gli consigliò di abbandonare la carriera ecclesiastica.

1.6. Si trasferì dunque a Graz (Austria) dove gli venne affidata la cattedra di matematica presso la Scuola Evangelica che tenne sino al 1600, quando dovette lasciare l'Austria perché di fede luterana.

1.7. La sua opera 'Mysterium Cosmographicum' fu apprezzata moltissimo dall'illustre astronomo danese Tycho Brahe (1546 -1601), da cui in seguito fu assunto come assistente a Praga.

1.8. Nel 1609 pubblica l'"Astronomia Nova' e nel 1619 'Harmonices Mundi'.

1.9. Keplero rimase a Praga fino al 1612, anno della morte dell'imperatore Rodolfo.

1.10. Il suo successore, gli confermò la carica di matematico imperiale e poi gli accordò il permesso di trasferirsi a Linz, dove ricoprì la carica di matematico arciducale sino al 1626.

1.11. Lo scienziato morì miseramente nei pressi di Ratisbona nel 1630 e fu sepolto nel camposanto della chiesa di quella città, ma la tomba venne distrutta.

2. Gli studi di ottica

2.1. Keplero fu il primo a strutturare razionalmente i fondamenti teorici di un'ottica nuova che fino a quel momento risultava ancora una disciplina abbastanza confusa e incompresa.

2.2. Nel saggio 'Ad Vitellionem Paralipomena' elaborò la teoria riguardante le lenti, la riflessione, la rifrazione, la costruzione delle immagini e i concetti fondamentali sul meccanismo della visione.

2.3. Si pervenne in questo modo alla formulazione definitiva dell'inversione dell'immagine sulla retina, aprendo così la strada alle più disparate interpretazioni circa il raddrizzamento dell'immagine da parte del cervello.

3. Le leggi di Keplero

3.1. Keplero formulò le sue leggi relative al moto dei pianeti partendo dai dati raccolti da Tycho Brahe e relativi alle loro posizioni apparenti, in particolare di Marte.

3.2. Determinò con precisione l'orbita con cui la Terra ruotava attorno al Sole, che risultava quasi circolare con il Sole posto in posizione eccentrica.

3.3. Rilevò inoltre che la Terra si muoveva più velocemente quando si trovava più vicina al Sole.

3.4. Dalle osservazioni di Marte, dimostrò che l'orbita aveva una forma ellittica.

3.5. Lo scienziato pervenne dunque in modo empirico, basato cioè sull'osservazione sperimentale, alla formulazione delle sue tre leggi.

4. Prima legge

4.1. Con la prima legge di Keplero, detta anche 'legge delle orbite', venne meno il principio della

circolarità dei moti dei pianeti.

4.2. Secondo tale legge i pianeti descrivono orbite ellittiche, di cui il Sole occupa uno dei fuochi.

4.3. Per ciascun pianeta ci sarà un punto di massima vicinanza al Sole (perielio) e uno di massima distanza (afelio).

5. Seconda legge

5.1. La seconda legge è nota anche come 'legge delle aree' e definisce come varia la velocità dei pianeti nei diversi punti della loro orbita.

5.2. Quando un pianeta si trova in perielio, si muove con velocità massima mentre quando si trova in afelio la velocità è minima.

5.3. La seconda legge smentì quindi l'uniformità dei moti planetari.

6. Terza legge

6.1. Nota come 'legge dei tempi' scaturì dagli studi realizzati da Keplero per individuare correlazioni matematiche tra i moti dei pianeti.

6.2. Definisce che i quadrati dei periodi di rivoluzione dei pianeti sono proporzionali ai cubi delle loro distanze medie dal Sole (semiassi maggiori).

6.3. Tale legge è espressa dalla formula: $T^2 = K d^3$

6.3.1. T = periodo di rivoluzione, ovvero il tempo necessario affinché un pianeta compia un'orbita completa attorno al Sole.

6.3.2. K = costante che dipende dal corpo celeste attorno a cui avviene l'orbita

6.3.3. d = distanza media pianeta - Sole

6.4. La conseguenza della terza legge è che maggiore è la distanza di un pianeta dal Sole tanto più tempo esso impiegherà a compiere una rivoluzione.

il moto dei corpi celesti attorno al Sole

spiegano

LEGGI DI KEPLERO

sono

tre

ossia

orbite dei pianeti sono ellittiche

quindi esistono

perielio

afelio

1



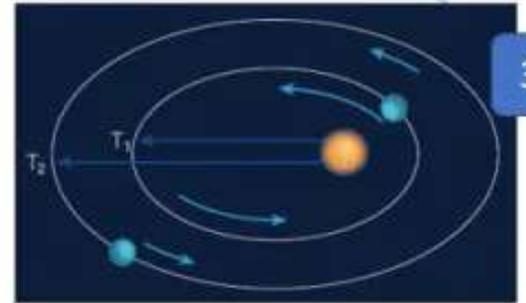
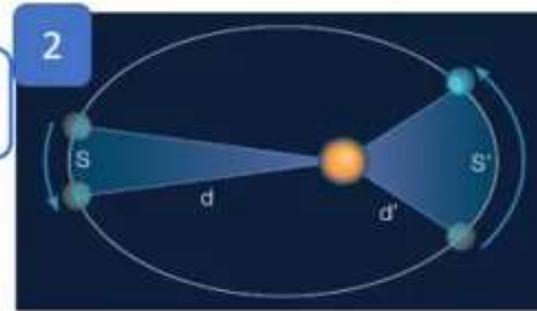
massima in perielio

2

la velocità varia

ed è

minima in afelio



3

pianeti più vicini

percorrono le orbite

più velocemente

aiutoperstudiare

LE LEGGI DI KEPLERO

SCOPERTE DALL'ASTRONOMO TEDESCO GIOVANNI KEPLERO

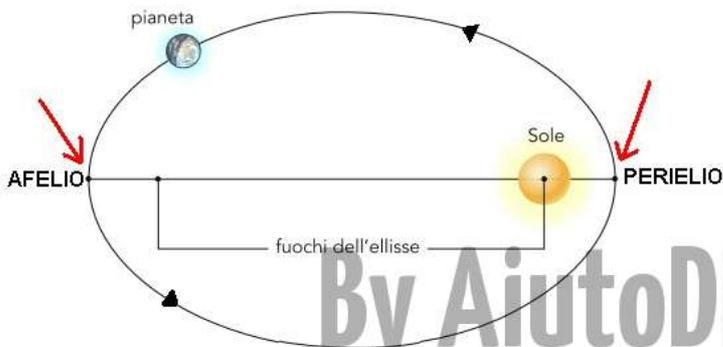
TUTTI I CORPI CELESTI

SONO IN CONTINUO MOVIMENTO

RUOTANO SU SE STESSI ATTORNO A UN ASSE
MOTO DI ROTAZIONE

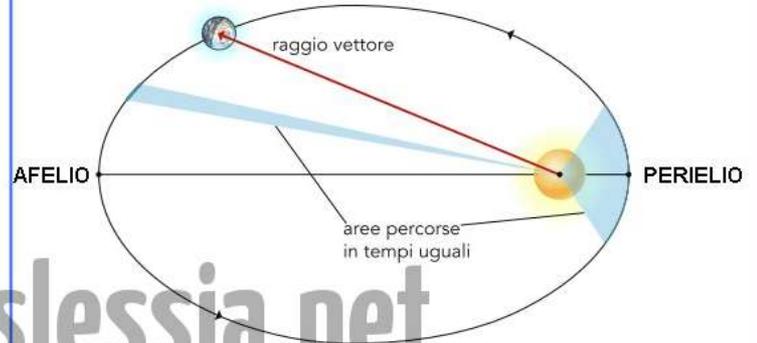
RUOTANO INTORNO AL SOLE PERCORRENDO DELLE ORBITE A FORMA DI ELLISSE
MOTO DI RIVOLUZIONE

LA PRIMA LEGGE DI KEPLERO



I PIANETI, MUOVENDOSI ATTORNO AL SOLE, PERCORRONO **ORBITE ELLITTICHE** DI CUI IL SOLE OCCUPA UNO DEI DUE FUOCHI. UN PIANETA, QUINDI, NON SI TROVA SEMPRE ALLA STESSA DISTANZA DAL SOLE: IL PUNTO IN CUI SI TROVA PIÙ VICINO AL SOLE È DETTO **PERIELIO** QUELLO IN CUI SI TROVA PIÙ LONTANO È DETTO **AFELIO**

LA SECONDA LEGGE DI KEPLERO



DICE CHE QUANDO IL PIANETA È IN **PERIELIO** IL PIANETA È PIÙ **VELOCE** DI QUANDO È IN AFELIO



LA TERZA LEGGE DI KEPLERO

I PIANETI CHE SONO PIÙ VICINI AL SOLE IMPIEGANO MENO TEMPO A PERCORRERE TUTTA L'ORBITA RISPETTO A QUELLI PIÙ LONTANI